

PERSAMAAN SCHRÖDINGER DITINJAU DARI GERAK PSEUDO-BROWN: KONSTRUKSI EKSISTENSI KAUSALITAS DALAM TEORI KUANTUM

Muhamad Darwis Umar*

**Laboratorium Fisika Zat Padat, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas
Gadjah Mada, Yogyakarta, Indonesia*

Darwisfisika@gmail.com ; darwis_fisika@yahoo.co.id

Abstrak

Telah ditinjau persamaan gelombang Schrödinger berdasarkan hipotesa berlangsungnya gerak pseudo Brown dalam volume kuantum berorde \hbar . Gerak pseudo Brown adalah gerak vibrasi acak hipotesa yang merupakan sifat intrinsik partikel. Dalam model kami gerak translasi volume kuantum, perubahan kecepatan vibrasi partikel dan difusi partikel dalam volume kuantum dibangkitkan oleh gaya eksternal atau potensial interaksi. Kemudian dengan menggunakan persamaan Langevin dan juga teori kami tentang massa partikel diperoleh konstanta difusi partikel dalam volume kuantum yaitu

$$\beta = \frac{\hbar}{2m}. \text{ Peninjauan secara kualitatif menunjukkan bahwa interpretasi stokastik}$$

mensyaratkan kehadiran medium takterkompres dan tidak kental (*unviscous*) yang terkoneksi dengan interpretasi optik, ekuivalen dengan interpretasi hidrodinamika dan sejajar dengan interpretasi murni statistik tentang probabilitas. Selain itu sifat vibrasi acak intrinsik dalam volume kuantum dalam perspektif kami berpotensi untuk dapat berperan sebagai landasan pengertian interpretasi variabel tersembunyi (*hidden variable*).

Kata Kunci: *Gerak Pseudo Brown, Persamaan Gelombang Schrödinger, Kausalitas Teori Kuantum*

PENDAHULUAN

Dalam beberapa hal fisika modern masih meninggalkan sejumlah pertanyaan dan masalah fundamental yang belum terkuak atau belum mendapat kesepakatan yang memadai. Umumnya masalah dan pertanyaan yang menyertainya muncul dari sejumlah kekaburan dalam deskripsi fisis terhadap mekanisme-mekanisme yang terkait dengan definisi parameter, observabel dan relasi diantara mereka. Misalnya mengenai parameter massa partikel yang oleh fisika mutakhir lebih memilih untuk memperlakukannya sebagai sebuah entitas invarian layaknya muatan [1], atau hal lain mengenai kekaburan eksistensi asas kausalitas dalam teori kuantum [2]. Menurut kami keterbatasan perluasan dan pengokohan konsep-konsep dasar (parameter-parameter) dan relasi-relasinya dalam observabel fisika adalah salah satu penyebab utama mengapa paradigma fisika modern yaitu: optimasi, simetri dan unifikasi, yang diharapkan memandu penyatuan teori-teori fundamental (teori kuantum, teori listrik-magnet dan teori relativitas) menjadi terhambat baik dari segi kesempurnaan konseptual, penggambaran maupun interpretasi. Termasuk di dalam keterbatasan-keterbatasan ini adalah :

1. Interpretasi sifat partikel-gelombang [3], yaitu tentang kausalitas kemunculan sifat gelombang (energi/momentum menyebar dalam ruang) oleh kehadiran gerak translasi partikel (masif/energi terkonsentrasi) yang dalam perspektif matematika direpresentasikan oleh differensial orde dua terhadap jarak (ruang).
2. Kesamaran interpretasi panjang dalam teori kuantum (kuantisasi ruang dan waktu) [4,5,6].
3. Pendekatan mekanisme interaksi gravitasi dalam teori kuantum dan relativitas umum (partikel atau medan) [7,8].
4. Interpretasi fisis eksistensi anti materi/ energi negatif dalam mekanika-kuantum relativistik Klein-Gordon [9].
5. Serta interpretasi fisis teori kuantum terhadap fungsi gelombang atau matriks atau superposisi keadaan [10].

Terkait dengan interpretasi, secara umum dapat digolongkan dalam beberapa mazhab diantaranya: Interpretasi optik [11,12], Interpretasi hidrodinamik [13-19], Mekanika gelombang nonlinear dan elektrodinamika nonlinear oleh de Broglie [20] yang oleh [21] lebih dipandang sebagai program dari pada teori, Interpretasi stokastik [22-25], Interpretasi ruang waktu sebagai medium (terkait dengan fase medium) yang lebih kekinian [26-29] (Interpretasi ruang-waktu sebagai kisi pada mulanya berawal dari perspektif kuantisasi ruang-waktu [30,31]), Interpretasi variabel tersembunyi (*hidden variabel*) [32-43], dan interpretasi banyak dunia (*many worlds*) [44-47].

Dari kesemua interpretasi yang beredar, muncul sentimen kalau penerimaan secara luas interpretasi statistik oleh mazhab Copenhagen oleh Bohr, Heisenberg dan Born yang menghilangkan deskripsi partikel dan gelombang secara lugas dan mengangkat teori kuantum ke tahap menyerupai sebuah puisi matematis yang memiliki hubungan samar-samar dengan dengan definisi fisika klasik tentang partikel-gerak-gelombang-medan, lebih oleh karena pada sebuah penghargaan ketokohan dan dominasi mazhab Copenhagen dalam pembangunan dan pengembangan teori kuantum [21]. Selain masalah peluang multi interpretasi dari latar penemuan persamaan Schrödinger yang terkesan belum melibatkan mekanisme fisis terhadap dualisme sifat gelombang partikel [48], teori-teori fisika juga terus dihantui (hilangnya koneksi interpretasi) oleh beberapa pertanyaan filosofis di sekitar:

- a. Mengapa kecepatan partikel ataupun perambatan gelombang harus mempunyai nilai maksimum tertentu (kecepatan cahaya)?.
- b. Dari mana sumber (kausalitas) potensial fundamental kuantum dan fluktuasi vakum?
- c. Proses apa yang bertanggung jawab pada terminologi *variabel tersembunyi (hidden variabel)*?
- d. Dari mana kemunculan peluang dalam parameter dan observabel fisis (sifat *noise* (gangguan) lingkungan / dekoheren kah? atau karena mematuhi asas komplementer dalam sifat dualisme gelombang-partikel? [49])
- e. Mengapa perubahan massa relativistik (perubahan energi partikel oleh kecepatan) setara dengan massa magnetik (energi magnetik)? [50]
- f. Bagaimana landasan konseptual tentang pernyataan bahwa semua medan mewakili entitas yang sama yaitu energi, yang setara dengan ungkapan bahwa perbedaan dalam hal medan hanyalah representasi transformasi tampilan bentuk dari ketergantungan “sesuatu yang sama” pada ruang, dari sistem tertentu ke sistem yang lain.

Hingga sejumlah masalah klasik yang belum terjawab bahkan oleh penggambaran kuantum sekalipun misalnya yang terkait dengan:

- a. Struktur distribusi muatan sumber dan medan dari muatan elementer statik.
- b. Kausalitas dari medan yang terbangkitkan oleh pergerakan muatan elementer (misalnya bagaimana proses-proses fisis dari transformasi medan listrik menjadi medan magnet)
- c. Struktur keadaan terikat dari muatan elementer.

Kesemuanya tentu terkait dengan paradoks-paradoks dalam eksistensi asas kausalitas teori kuantum, multi interpretasi quantum, atau dalam kaitannya dengan teori relativitas seperti yang disebutkan sebelumnya.

Dalam paper ini, kami akan menurunkan persamaan Schrödinger non-relativistik, sekaligus memberikan usulan interpretasi baru yang kami harapkan akan menyediakan landasan konseptual untuk memahami berbagai interpretasi terhadap persamaan Schrödinger, menghadirkan asas kausalitas terhadap kehadiran probabilitas dari persamaan Schrödinger dan mengkoneksikan penggambaran fisis antara mekanika kuantum dan teori relativitas.

1. Konstruksi Teori dan Disain Landasan Perumusan

Untuk mencapai maksud ini, kami akan menggunakan postulat yang sebelumnya kami kembangkan dalam [51], ditambah postulat tambahan yang didisain demi mencapai tujuan paper ini. Beberapa postulat yang kami maksudkan beserta konsekuensinya adalah sebagai berikut:

1. Partikel adalah terlokalisasinya energi pada partikel ruang yang disertai dengan getaran atau vibrasi dan rotasi dalam kecepatan cahaya. Kemunculan energi ini menyebabkan ketidakseimbangan dalam ruang dimana vibrasi partikel ruang yang ditempati energi akan

menimbulkan atau berperan sebagai fluktuasi vakum. Ruang dalam model kami terdiri dari partikel ruang dengan berbagai ukuran yang memenuhi alam raya dan dapat ditempati atau dilewati (dirambati) oleh energi. Ketidakseimbangan ruang ini adalah alasan utama mengapa partikel cenderung untuk melepaskan energi dari dirinya yang diekspresikan dengan definisi interaksi/medan/potensial sebagaimana [52].

2. Dalam konteks ini massa partikel didefinisikan sebagai kerapatan energi pada luas permukaan partikel ruang dibagi frekuensi rotasi dan frekuensi vibrasi dari partikel ruang [51].
3. Vibrasi partikel ruang akan berlangsung dalam volume yang berorde tetapan Planck \hbar dan berlangsung dalam gerak vibrasi acak/random (menyerupai gerak brown). Dalam orde ini hukum Newton tentang hubungan gaya dengan percepatan oleh perubahan arah kecepatan tidak berlaku (vibrasi acak adalah sifat intrinsik partikel), dan interaksi (kaitan gaya atau medan dengan percepatan) baru akan terjadi jika partikel dalam volume yang berorde tetapan Planck \hbar mengalami perubahan kecepatan vibrasi dan atau volume kuantum mengalami perubahan posisi atau muncul gerak translasi relatif terhadap partikel lain.
4. Dalam keadaan tidak berinteraksi untuk skala waktu yang lebih besar dari waktu relaksasi partikel maka gerak acak dalam volume Planck akan berlangsung dalam proses Wiener secara isotropis (proses Wiener sempurna).
5. Gerak translasi hanya muncul oleh interaksi atau hanya muncul jika ada perspektif potensial atau medan, dan sistem kuantum akan bergerak dalam bentuk menyerupai grup gelombang (sistem kuantum bergerak sedangkan di dalam sistem kuantum sendiri ada dinamika gerak random/gerak Brown). Perspektif ini berbeda dengan pendekatan Nelson [22] yang memandang gerak translasi partikel elementer sebagai sebuah proses murni gerak Brown atau muncul dari difusi dalam gerak Brown.
6. Postulat ke lima dimaksudkan untuk mempertahankan kehadiran definisi massa selama berlangsungnya gerak translasi sebagaimana definisi massa dalam postulat kedua.
7. Setiap interaksi akan mengubah kecepatan vibrasi/amplitudo, keisotropian kerapatan peluang yang setara kerapatan partikel persatuan waktu dalam volume kuantum dan atau kecepatan translasi, distribusi ketegangan (*stress*) partikel ruang, dimana perubahan keisotropian dan kerapatan peluang (kerapatan partikel) gerak random dalam volume kuantum (\hbar) akan menghadirkan perspektif difusi yang terkait dengan pergeseran relatif dalam gerak Brown (terkait dengan persamaan difusi rapat peluang atau persamaan Fokker-Planck).
8. Setiap interaksi dan perubahan energi kinetik akan mempertahankan nilai massa [51].

Sebelum kita meninjau aspek matematis terhadap konsekuensi dari postulat-postulat yang kami bangun adalah penting untuk memberikan landasan filosofis utama yang memberi arah pada intuisi kami dalam membangun postulat kami di atas. Mungkin adalah wajar jika kita mempostulatkan bahwa segala eksistensi adalah saling berinteraksi (atau saling mempengaruhi). Jika kita gunakan pernyataan ini sebagai asumsi dasar maka ruang sebagai eksistensi yang secara intuitif kenyataannya tidak dapat dihindari akan mempunyai pengaruh atau pembatasan terhadap aktivitas lain. Pembuktian ini juga dapat diperoleh dari generalisasi prinsip Newton, yaitu jika kita mengasumsikan terdapat potensi zat atau materi (belum ada definisi atau ukuran massa) dan kemudian potensi ini diberi gangguan (kenaikan energi) maka seharusnya secara intuitif tanpa ada eksistensi lain termasuk ruang misalnya maka seharusnya aktivitas ekstensi ini akan berlangsung dalam nilai tak berhingga, misalnya yang terkait dengan definisi kecepatan. Kemudian karena ketidakseimbangan distribusi partikel ruang hadir secara simultan ketika energi menempati partikel ruang maka parameter yang berlaku pada partikel ruang dapat diperlakukan secara setara untuk menyatakan keadaan sistem ketidakseimbangan distribusi partikel ruang, misalnya parameter massa (massa jenis dan rapat ruang), muatan dan momentum walaupun parameter ini akan hadir dalam bentuk terdistribusi. Oleh karenanya akan terdapat korespondensi satu-satu untuk saling menyatakan diantara keadaan masing-masing sistem (partikel dan medium). Sedangkan dari kerangka cara kami mempersepsikan energi, maka energi yang dimiliki oleh keadaan ketidakseimbangan distribusi

partikel ruang adalah negatif dari energi yang dimiliki oleh partikel dengan energi terkonsentrasi, sedangkan positif dari kerangka sebaliknya.

2. Mekanika Stokastik

Untuk menelusuri konsekuensi dan tampilan matematis dari perilaku partikel (sistem fisis) kami maka kami akan menggunakan pendekatan Nelson [22] yang memperkenalkan derivatif waktu maju dan mundur D dan D_* . Dapat didefinisikan [53]

$$D f(\vec{r}(t), t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0_+} E_t \left(\frac{f(\vec{r}(t + \Delta t), t + \Delta t) - f(\vec{r}(t), t)}{\Delta t} \middle| \vec{x}(t) = \vec{x} \right) \quad (1)$$

dan

$$D_* f(\vec{r}(t), t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0_+} E_t \left(\frac{f(\vec{r}(t), t) - f(\vec{r}(t - \Delta t), t - \Delta t)}{\Delta t} \middle| \vec{x}(t) = \vec{x} \right) \quad (2)$$

Karena perilaku pergerakan partikel menurut kami berlangsung dalam bentuk pergerakan sebuah volume kuantum, dimana ada gerak random di dalam volume tersebut dan secara simultan terjadi perubahan tingkat keisotropian gerak acak oleh interaksi maka bentuk operator secara intuitif akan terdiri dari operator yang menggambarkan perubahan volume kuantum terhadap waktu (bisa dimensi, geometri dan pergeseran), kemudian operator yang menggambarkan kecepatan partikel dan perubahan arah-arahnya terhadap posisi dan volume kuantum, dan operator yang menggambarkan perubahan rapat (densitas) partikel yang berhubungan dengan rapat probabilitas dalam volume kuantum. Dengan ekspansi Taylor dalam orde dua, maka bentuk operator waktu maju dan mundur akan diwakili oleh [21,52]:

$$D = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{b} \cdot \vec{\nabla} + \beta \nabla^2 \quad (3)$$

$$D_* = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{b}_* \cdot \vec{\nabla} - \beta \nabla^2 \quad (4)$$

dengan \vec{b} dan \vec{b}_* adalah kecepatan maju dan mundur rata-rata [22] dan β adalah konstanta difusi yang akan kami tentukan dengan menggunakan persamaan Langevin dan teori kami tentang massa

partikel. Dalam gerak Brown klasik, bentuk derivatif kedua $\frac{\partial^2}{\partial t^2}$ dari operator D dan D_* biasanya

digunakan untuk menggambarkan kemungkinan proses termampatnya medium oleh gaya eksternal. Karena dalam model kami distribusi partikel ruang tidak dapat berkontraksi dan berelaksasi dalam

bentuk yang tak termampatkan maka derivatif kedua $\frac{\partial^2}{\partial t^2}$ merepresentasikan percepatan pergeseran

volume kuantum bersama waktu. Dalam model Nelson, karena gerak translasi partikel murni

berasal dari mekanisme difusi dalam gerak Brown dan medium tidak terkompres maka $\frac{\partial^2}{\partial t^2} = 0$.

Kemudian karena dalam model dinamika kami (teori massa) translasi volume kuantum dan perubahan dinamika gerak random dibangkitkan oleh interaksi atau kehadiran potensial untuk mempertahankan nilai massa maka ketiga komponen penyumbang dalam derivatif secara langsung akan dibangkitkan oleh interaksi, karenanya derivatif kedua atau percepatan sistem yang ditinjau adalah

$$\vec{a} = \frac{1}{2} D D_* \vec{r}(t) + \frac{1}{2} D_* D \vec{r}(t) = \frac{1}{m} \vec{\nabla} V \quad (5)$$

dengan V potensial yang membangkitkan interaksi misalnya potensial Coulomb. Jika kita asumsikan perubahan volume kuantum oleh interaksi/potensial terkait dengan pergerakan translasinya adalah relatif dapat diabaikan (dalam lintasan lurus) maka kecepatan volume kuantum misalnya \vec{v}_{vk} tidak bergantung posisi ($\vec{\nabla} \cdot \vec{v}_{vk} = 0$) dan hanya bergantung waktu (t), sehingga kita peroleh model nilai harap percepatan dari sistem kami adalah:

$$\vec{a} = \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{r}(t) + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial t} (\vec{b} + \vec{b}_*) + \frac{1}{2} (\vec{b} \cdot \vec{\nabla}) \vec{b}_* + \frac{1}{2} (\vec{b}_* \cdot \vec{\nabla}) \vec{b} - \frac{1}{2} \beta \nabla^2 (\vec{b} - \vec{b}_*) \quad (6)$$

Jika $\rho(\vec{r}, t)$ adalah rapat peluang dari $\vec{r}(t)$, maka $\rho(\vec{r}, t)$ akan memenuhi persamaan Fokker-Planck waktu maju dan persamaan Fokker-Planck waktu mundur, masing-masing yaitu:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot (\vec{b} \rho) + \beta \nabla^2 \rho \quad (7)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot (\vec{b}_* \rho) - \beta \nabla^2 \rho \quad (8)$$

Dari persamaan (7) dan persamaan (8) diperoleh:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\vec{\nabla} \cdot (\vec{v} \rho) \quad (9)$$

Dengan $\vec{v} = \frac{1}{2} (\vec{b} + \vec{b}_*)$ adalah kecepatan arus dalam volume kuantum. Kemudian karena $\rho d^3 r dt$ adalah invarian dalam ruang-waktu [22], maka dari persamaan (7) dan (8) terdapat hubungan:

$$\vec{b}_* = \vec{b} - 2\beta \left(\frac{\vec{\nabla} \rho}{\rho} \right) \quad (10)$$

atau

$$\vec{u} = \beta \left(\frac{\vec{\nabla} \rho}{\rho} \right) \quad (11)$$

Dengan $\vec{u} = \frac{1}{2} (\vec{b} - \vec{b}_*)$. Dari pengertian Einstein, $\vec{u} = \frac{1}{2} (\vec{b} - \vec{b}_*)$ adalah kecepatan rata-rata atau

kecepatan osmotik pada keadaan setimbang terkait dengan gaya eksternal, pada mekanika Brownian klasik keadaan ini berhubungan dengan keseimbangan gaya osmotik. Pada model kami kecepatan ini dapat berlangsung sebelum atau sesudah potensial (interaksi) mencapai keadaan setimbang. Dalam perspektif kami potensial fundamental kuantum hadir secara simultan sebagai reaksi terhadap eksistensi (aksi) terlokalisasinya energi pada partikel yang dapat berubah oleh interaksi atau ekstensi partikel seakan-akan mengkondisikan ruang-waktu sehingga mampu melakukan aksi pada gerak random, sedangkan pengaruh potensial eksternal (oleh interaksi) terhadap gerak acak dalam volume kuantum adalah seakan-akan mengkondisikan ruang-waktu kembali untuk melakukan aksi tambahan terhadap perubahan kecepatan gerak Brown. Substitusi persamaan (7) dan (8), diperoleh:

$$\vec{u} = \beta \vec{\nabla} \ln \rho \quad (12)$$

Menggunakan persamaan kontinuitas (17) diperoleh:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = -\beta \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{v}) - \vec{\nabla} (\vec{v} \cdot \vec{u}) \quad (13)$$

Dengan relasi $\vec{b} = \vec{v} + \vec{u}$ dan $\vec{b}_* = \vec{v} - \vec{u}$, persamaan (6) dapat ditulis kembali sebagai:

$$\vec{a} = \vec{a}_{vk} + \frac{\partial}{\partial t} \vec{v} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \vec{v} + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u} + \beta \nabla^2 \vec{u} \quad (14)$$

3. Koefisien Difusi Universal Partikel

Berbeda dengan asumsi dasar gerak Brown klasik yang melabelkan pembangkit perubahan-perubahan partikel secara acak pada tumbukan, kami mengasumsikan bahwa gerak vibrasi acak pada volume kuantum adalah perilaku alami partikel elementer (seperti dalam postulat kami) yang dibangkitkan oleh terlokalisasinya energi pada partikel ruang, dan interaksi (hukum Newton ke-2) baru berlaku ketika terjadi perubahan kecepatan partikel dalam volume kuantum dan atau volume

kuantum mengalami perubahan posisi dan atau gerak. Menurut kami, adanya penyimpangan dari hukum Newton dalam wilayah kuantum lebih diakibatkan oleh tuntunan kesadaran intuisi Newton tentang keadaan dasar materi yaitu pada mulanya terdapat perspektif diam mutlak untuk setiap keadaan partikel materi atau benda pada keadaan dasar.

Dari teori massa kami [51] yang dibangun berdasarkan perspektif energi, parameter massa partikel adalah tetap atau tidak berubah oleh interaksi, dalam keadaan tidak berinteraksi massa partikel elementer (misalnya elektron) diberikan oleh:

$$m = \frac{E}{4\pi\vec{r}^2\nu_{vib}\nu_{rot}} \quad (15)$$

Dengan $E = mc^2$, ν_{vib} adalah frekuensi gerak vibrasi, ν_{rot} adalah frekuensi gerak rotasi dan \vec{r} adalah vektor posisi yang skalarnya adalah jari-jari partikel ruang. Persamaan diatas berarti bahwa tanpa interaksi parameter massa menggambarkan densitas energi persatuan luas permukaan partikel ruang yang berbentuk bola persatuan frekuensi vibrasi dan rotasi partikel yang bergerak berotasi dan bervibrasi dengan kecepatan cahaya.

Ketika ada interaksi (misalnya hadirnya potensial sebagai representasi telah berlangsungnya emisi energi tetapi tidak menghasilkan gerak translasi relatif) maka tinjauan massa menjadi non-relativistik. Dalam teori kami, untuk kasus elektron, interaksi yang membangkitkan akan mempertahankan nilai massa maka sebagai konsekuensinya kecepatan vibrasi partikel akan menurun (sedangkan kecepatan rotasi tetap dalam kecepatan cahaya), secara matematik, pernyataan ini diungkapkan sebagai:

$$m = \frac{E - E_v}{4\pi\vec{r}^2\nu'_{vib}\nu_{rot}} \quad (16)$$

Perspektif kami mengenai interaksi seperti dalam [52] adalah sebuah kecenderungan partikel atau sistem untuk memiliki energi minimum, oleh karenanya potensial selalu telah terkait dengan pelepasan atau penambahan energi. Untuk interaksi dimana tidak melibatkan gerak translasi (energi kinetik translasi dari volume kuantum), maka teori kami dalam bahasa differensial dapat dituliskan sebagai.

$$m = \frac{E - E_v}{4\pi\nu'_{vib}\vec{r} \cdot \vec{r}\nu_{rot}} = \frac{E - E_v}{4\pi\nu'_{vib}\vec{r} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt}} \quad (17)$$

Karena kecepatan vibrasi partikel bergantung pada interaksi maka Persamaan (17) dapat ditulis kembali sebagai

$$m = \frac{E - E_v}{2\pi\nu'_{vib} \frac{d\vec{r}^2}{dt}} \quad (18)$$

Kemudian karena $E = mc^2$ dan dapat ditulis sebagai: $E = mc^2 = m\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)^2$, maka persamaan (18)

dapat ditulis sebagai

$$m\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)^2 - E_v = 2\pi m\nu'_{vib} \frac{d\vec{r}^2}{dt} \quad (19)$$

atau

$$E_v - m\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right)^2 = -2\pi m\nu'_{vib} \frac{d\vec{r}^2}{dt} \quad (20)$$

Gerak Brown dalam perspektif Newton dapat ditulis dalam bentuk persamaan Langevin yaitu:

$$m\left(\frac{d^2\vec{r}}{dt^2}\right) = -\xi\left(\frac{d\vec{r}}{dt}\right) + \vec{f} \quad (21)$$

dengan \vec{f} adalah gaya random yang dihasilkan oleh tumbukan antara partikel dengan molekul medium sedangkan ξ adalah faktor gesekan yang ditentukan oleh geometri molekul, tetapi karena perspektif kami bahwa di dalam sistem volume kuantum perubahan arah kecepatan (gerak) partikel adalah derajat kebebasan internal partikel dan bukan datang dari perspektif tumbukan, maka \vec{f} dalam persamaan Langevin terkait dengan model kami dapat dihilangkan. Penghilangan ini tidak memberikan nilai kuantitatif yang berbeda dengan tinjauan klasik sebab untuk gerak Brown atau gerak acak $\langle \vec{r} \rangle = 0$ atau $\langle \vec{f} \cdot \vec{r} \rangle = 0$, selain itu tidak seperti dalam perspektif gerak Brown klasik, dimana perspektif gaya gesek dibangkitkan oleh interaksi antara gerak partikel dengan inersial fluida, gaya gesek kami adalah hanyalah representasi tidak langsung dari pelepasan energi partikel oleh munculnya interaksi atau potensial, oleh karenanya persamaan (20) dan (21) selalu ekuivalen. Pemahaman ini tentu akan membantu kesulitan interpretasi fisis yang dibuat oleh Nelson, Fényes dan Weizel, yang mengaitkan sifat-sifat fluida (medium subkuantum dalam perspektif Bohm dan Vigier [34]) yang tidak terkompres (*incompressible*) dan tidak kental (*unviscous*) atau eter dalam perspektif gerak brown yang mensyaratkan mekanisme gerak Brown yang membutuhkan perspektif tumbukan, Weizel sendiri mengusulkan partikel Zeron sebagai partikel medium subkuantum untuk menginterpretasi mekanisme dalam persamaan Langevin. Oleh karenanya

$$m \left(\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} \right) = -\xi \left(\frac{d\vec{r}}{dt} \right) \quad (22)$$

Menggunakan relasi

$$\vec{r} \cdot \left(\frac{d\vec{r}}{dt} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{d\vec{r}^2}{dt} \right) \text{ dan } \vec{r} \cdot \left(\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{d^2 \vec{r}^2}{dt^2} \right) - \left(\frac{d\vec{r}}{dt} \right)^2 \quad (23)$$

Maka pers (23) dapat diungkapkan sebagai

$$\frac{m}{2} \left(\frac{d^2 \vec{r}^2}{dt^2} \right) - m \left(\frac{d\vec{r}}{dt} \right)^2 = -\frac{\xi}{2} \left(\frac{d\vec{r}^2}{dt} \right) \quad (24)$$

Kemudian karena persamaan (20) dan (24) ekuivalen maka $\frac{m}{2} \left(\frac{d^2 \vec{r}^2}{dt^2} \right) = E_v$ sebagai representasi energi yang dilepaskan untuk membentuk sistem sebagaimana dalam [52]. Persamaan dari perspektif kami tentang energi terkait dengan penelusuran energi dari perspektif Newton yang memberikan

$$\left\langle m \left(\frac{d\vec{r}}{dt} \right)^2 \right\rangle = h\nu \quad (25)$$

yaitu nilai ukur energi partikel dan $\xi = 4m\pi\nu_{vib}$. Jika kita menulis notasi baru $\alpha = \frac{\langle d\vec{r}^2 \rangle}{dt}$, dan karena frekuensi vibrasi partikel bermuatan selalu terkait dengan frekuensi osilasi medan, maka persamaan (24) dapat diungkapkan dengan

$$\left(\frac{d\alpha}{dt} \right) + \frac{\xi}{m} \alpha = \frac{2h\nu}{m} \quad (26)$$

Persamaan (26) mempunyai penyelesaian umum:

$$\alpha = \frac{2h\nu}{\xi} + C \exp \left(-\frac{\xi}{m} t \right) \quad (27)$$

Karena selang waktu pengamatan atau pengukuran jauh lebih besar dibandingkan proses dalam volume kuantum maka $t \gg \frac{\xi}{m}$ atau $\exp\left(-\frac{\xi}{m}t\right) \rightarrow 0$, sehingga dengan syarat ini persamaan (27) menghasilkan

$$\langle \vec{r}^2 \rangle = \frac{2h\nu}{\xi} t \quad (28)$$

Menurut persamaan Stokes-Einstein-Sutherland, dari gerak Brown diperoleh relasi:

$$\beta = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{2\Delta t} \langle \vec{r}^2 \rangle \quad (29)$$

untuk waktu cukup lama maka persamaan (29) dapat diungkapkan sebagai

$$2t\beta = \langle \vec{r}^2 \rangle \text{ atau } \beta = \frac{\langle \vec{r}^2 \rangle}{2t} \quad (30)$$

dan dengan $\xi = 4\pi m\nu$, diperoleh:

$$\beta = \frac{h}{4\pi m} = \frac{\hbar}{2m} \quad (31)$$

4. Persamaan Schrödinger tidak bergantung waktu

Untuk kasus stasioner mekanika stokastik kondisi ini mensyaratkan \vec{v} , \vec{u} dan ρ adalah tidak bergantung waktu atau $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = 0$, $\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = 0$ dan $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$. Secara umum untuk kasus-kasus stasioner \vec{v} adalah tidak nol. Jika kita meninjau kasus khusus yaitu kasus dimana partikel sistem adalah terkungkung (tidak memiliki gerak translasi), dan peninjauan ditujukan pada keadaan tepat partikel mulai berinteraksi, maka menurut hipotesa kami, pada keadaan itu partikel melakukan gerak acak (secara visual menyerupai gerak Brown walaupun secara kausalitas berbeda dengan pendekatan Nelson) secara isotropis sehingga nilai ukur \vec{v} adalah nol. Dari persamaan (9) dan persamaan (13) maka diperoleh bahwa ρ dan \vec{u} tidak bergantung waktu yang adalah sebuah keadaan stasioner. Dalam model kami, keadaan yang ditinjau adalah keadaan dimana partikel tidak memiliki gerak translasi atau kecepatan volume kuantum adalah nol ($\vec{v}_{vk} = \frac{\partial \vec{r}}{\partial t} = 0$), secara matematis perumusan ini menyerupai perumusan oleh [22,23], walaupun dengan kausalitas yang berbeda.

$$\vec{\nabla} \left(\frac{1}{2} \vec{u}^2 + \frac{\hbar}{2m} \vec{\nabla} \cdot \vec{u} \right) = \frac{1}{m} \vec{\nabla} V \quad (32)$$

dengan integrasi diperoleh bahwa potensial V boleh ditambahkan atau dikurangi dengan suatu konstanta E yang bukan merupakan fungsi ruang dan mempunyai dimensi yang sama dengan dimensi potensial (V) atau berdimensi energi.

$$\frac{1}{2} \vec{u}^2 + \frac{\hbar}{2m} \vec{\nabla} \cdot \vec{u} = \frac{1}{m} V - \frac{1}{m} E \quad (33)$$

persamaan non-linear ini akan menjadi linear jika kita memilih $R = \frac{1}{2} \ln \rho$. Dari persamaan [12]

diperoleh bahwa $R = \frac{1}{2} \ln \rho$ adalah potensial untuk medan kecepatan $\frac{m}{\hbar} \vec{u}$. Persamaan [12] secara

mekanisme dapat dipahami secara sederhana, yaitu karena interaksi merubah distribusi kecepatan vibrasi acak terhadap ruang yang setara dengan perubahan rapat peluang terhadap ruang (atau rapat tumbukan dalam perspektif gerak Brown klasik), sedangkan perubahan distribusi kecepatan distribusi terhadap ruang membangkitkan perubahan kecepatan rata-rata maju dan kecepatan rata-rata mundur, maka perubahan rapat peluang terhadap variabel keruangan akan menentukan

kecepatan \vec{u} sebagaimana persamaan [20]. Dengan kata lain \vec{u} berubah bersama interaksi. Jika diusulkan $\psi = e^R$ sehingga $\psi^2 = \rho$, maka persamaan (33) akan menjadi persamaan differensial atau yang lebih umum dikenal sebagai persamaan Schrödinger tak bergantung waktu:

$$\left[-\left(\frac{\hbar^2}{2m} \right) \nabla^2 + V - E \right] \psi = 0 \quad (34)$$

5. Persamaan Schrödinger bergantung waktu

Salah satu perspektif yang mengendalikan intuisi Schrödinger, seperti dalam [11], untuk menterjemahkan fungsi gelombang berdasarkan relasi perilaku gelombang mekanik dengan optika gelombang dan optika (sinar) geometri tentu selain kesejajaran asas aksi minimum dalam prinsip varisional Hamiltonian dan asas Fermat adalah kesajajaran antara gelombang mekanik dengan optika gelombang yang menghadirkan fungsi *hypersurface isoface* atau permukaan-permukaan bertingkat (*level surfaces*) dari prinsip Jacobi $S = S(t, x^i)$. Dalam optika gelombang, *hypersurface isoface* terkait dengan perilaku hadirnya permukaan dimana sinar optik yang memancar dari sebuah sumber akan tegak lurus terhadap permukaan ini. Dalam listrik magnet keadaan serupa terkait dengan permukaan ekuipotensial yang selalu tegak lurus terhadap arah perambatan medan listrik yang dipancarkan dari suatu sumber muatan. Kesulitan dan paradoks kemudian muncul dalam mekanika gelombang terkait dengan bagaimanakah proses transformasi partikel menjadi gelombang sehingga mampu membangkitkan kehadiran *hypersurface isoface* pada partikel misalnya tanpa pengertian kehadiran muatan sekalipun. Terkait dengan kasus ini kita akan memperkenalkan interpretasi kualitatif akan kemungkinan hadirnya tafsir Schrödinger yang pada dataran fundamental sebenarnya ekuivalen dengan tafsir stokastik dan hidrodinamika. Sesuai dengan pemaparan filosofis kita di depan, maka jika kita memikirkan ruang sebagai entitas (eksistensi) yang berinteraksi (atau membatasi) dimana aksinya hadir secara simultan ketika muncul perperspektif partikel (energi yang terlokalisasi), maka jika kita mempersepsikan partikel dengan parameter tertentu, maka sebenarnya seluruh volume ruang yang memberikan aksi kepada partikel dapat dipandang sebagai sebuah partikel lain dengan massa sama dan momentum yang sama tetapi dengan nilai energi adalah negatif dari energi partikel. Jika pada keadaan stasioner khusus misalnya sebelum partikel berinteraksi (gerak acak dalam volume kuantum berlangsung secara isotropis dimana \vec{u} ada), maka dapat dipikirkan bahwa secara simultan di dalam ruang yang memberikan aksi terdapat permukaan yang mempunyai sifat $S = S(t, x^i)$ yang tegak lurus vektor \vec{u} . Permukaan ini tentu sebuah permukaan bola (untuk gerak isotropis) yang juga berfluktuatif seiring fluktuatif gerak acak dalam volume kuantum. walaupun demikian dalam kasus ini belum ada definisi momentum pada permukaan karena definisi massa partikel hanya berlaku untuk volume kuantum dan belum ada gerak translasi volume kuantum walaupun terdapat gerak vibrasi acak di dalam volume kuantum. Permukaan ini baru hadir dengan sifat $\vec{P} = \vec{\nabla} S(t, x^i)$ ketika muncul momentum translasi dimana *hypersurface isoface* akan tegak lurus vektor $(\vec{v}_{vk} + \vec{v})$. Dalam cara pandang ini adalah wajar kita memandang fungsi gelombang sebagai sebuah fungsi yang terkait dengan distribusi massa dalam ruang atau sebuah fluida sebagaimana dalam interpretasi optika dan hidrodinamika. Terkait dengan sifat fluida (eter) dan peranan eter dalam gravitasi akan coba kita diskusikan dalam lain paper. Kemudian karena volume kuantum (volume dalam ruang fase) dapat mewakili volume partikel ruang nyata oleh karena hadirnya kaitan asas ketidakpastian Heisenberg maka dari definisi massa kami sebenarnya momentum partikel meliputi atau terdistribusi dalam volume kuantum, dan karena dalam perspektif kami ruang menjadi diskrit, maka definisi untuk differensial kontinyu menyaratkan:

$$\frac{\vec{P}}{\hbar} = \vec{\nabla} S(t, x^i) \text{ atau } \vec{V} = \vec{v}_{vk} + \vec{v} = \frac{\hbar}{m} \vec{\nabla} S(t, x^i) \quad (35)$$

Sekali lagi perspektif kami ini berbeda dengan perspektif Nelson yang menghadirkan asumsi tanpa landasan-landasan kausalitas (argumen-argumen mendasar fisis).

Seperti dijelaskan diatas bahwa energi dari partikel yang tidak berinteraksi maupun yang berinteraksi dengan kondisi terlokalisasi dapat dinyatakan dengan observabel rapat peluang. Ini dapat dipahami karena rapat peluang pada hakikatnya menunjukkan energi partikel melalui pengertian vibrasi. Untuk keadaan umum yaitu jika keadaan energi berubah oleh hadirnya potensial yang bergantung pergeseran dalam ruang dan juga bergantung waktu maka fungsi gelombang juga harus bergantung waktu dan harus memuat tambahan observabel setara lain yang terkait dengan kehadiran kehadiran potensial tersebut misalnya *hypersurface isoface*. Cara pandang ini pada hakikatnya akan hanya sesuai dengan representasi matematika misalnya melalui penambahan observabel baru atau faktor tambahan lain terhadap observabel yang telah dideskripsikan lebih awal sebagai keadaan acuan (penambahan *hypersurface isoface* selain rapat peluang yang menggambarkan energi partikel ketika tidak ada interaksi melalui observabel vibrasi) untuk memperhitungkan proses fisis yang menyertai perubahan keadaan energi dengan posisi dan waktu partikel dalam differensial orde dua, adalah jika dan hanya jika potensial harus menggambarkan penambahan (penyerapan) atau pengurangan/disipasi (emisi) energi partikel (misalnya potensial listrik dan magnetik). Tinjauan ini tentu sesuai dengan perpektif kami tentang medan dimana energi pada hakikatnya terkonsentrasi di dalam diri partikel. Jika sebuah potensial atau superposisi potensial menghadirkan perspektif emisi atau disipasi energi maka observabel terkait dalam fungsi gelombang yang menggambarkan potensial atau superposisi potensial harus memuat atau menyertai bilangan i (satuan imajiner / khayal). Sebaliknya jika potensial atau superposisi potensial menghadirkan perspektif absorpsi energi maka observabel terkait dalam fungsi cukup mempunyai bentuk bilangan nyata. Oleh karenanya untuk kondisi umum, fungsi untuk menggambarkan keadaan energi partiel akan memuat bilangan kompleks. Oleh karenanya secara intuitif terkait dengan persamaan (34), fungsi gelombang yang terkait dengan persamaan gelombang Schrödinger harus mempunyai bentuk:

$$\psi = e^{R+iS} \quad (36)$$

Menggunakan relasi

$$\nabla^2 e^{R+iS} = \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} e^{R+iS} = \left([\nabla^2 R + i\nabla^2 S] + [\vec{\nabla}(R+iS)]^2 \right) e^{R+iS} \quad (37)$$

dan syarat $\vec{\nabla} \cdot \vec{v}_{vk} = 0$ (gerak volume kuantum tidak acak/lintasan lurus), maka penyelesaian bentuk persamaan Schödinger:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V \right] e^{R+iS} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} e^{R+iS} \quad (38)$$

menghasilkan sebuah persamaan yang dapat dipishkan menjadi dua persamaan menurut bagian nyata dan imajiner:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = -\frac{\hbar}{2m} \nabla^2 \vec{v} - \vec{\nabla}(\vec{v} \cdot \vec{u}) \quad (39)$$

$$\frac{\partial \vec{v}_{vk}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\frac{\hbar}{2m} \nabla^2 \vec{u} + \frac{1}{2} \vec{\nabla}(u^2) - \frac{1}{2} \vec{\nabla}(v^2) - \frac{1}{m} \vec{\nabla} V \quad (40)$$

yang adalah sama dengan persamaan (13) dan persamaan (14).

PEMBAHASAN

Jika kita menilik lebih jauh teori Nelson-Fenyes-Weizel tentang peninjauan gerak Brown dan persamaan Schrödinger, nampak bahwa teori ini akan terbatas atau memuaskan pada wilayah kecepatan partikel yang relatif rendah. Secara intuitif ini dapat dinalarkan karena untuk gerak Brown klasik peningkatan kecepatan partikel traslasi memerlukan kompensasi yaitu arah kecepatan maju rata-rata dan arah kecepatan mundur rata-rata adalah searah sehingga $\vec{u} \rightarrow 0$ (differensial sampel arah kecepatan \vec{u} terhadap waktu akan semakin menuju singular (diskontinyu). Keadaan ini kemudian mensyaratkan bahwa distribusi gerak random akan tersearahkan dalam lintasan perpindahan translasi rata-rata (lintasan gerak dalam pengertian klasik). Kondisi ini mensyaratkan bahwa $\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0$. Jika kita menggunakan konsekuensi bahwa perpindahan gerak translasi untuk

kecepatan yang relatif tinggi murni berasal dari gerak Brown, maka dengan menggunakan persamaan (14) diperoleh

$$\frac{\partial}{\partial t} \vec{v} = -(\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} - \vec{\nabla} P \quad (41)$$

yang dikenal sebagai persamaan Euler untuk gerak fluida tidak kental (unviscous) dan tidak terkompres yang diberi tekanan (P). Dalam konteks gerak Brown karena fungsi gelombang (rapat peluang) harus halus (smooth), maka persamaan (40) hanya akan mempertahankan aspek gerak Brown (acak) jika medium tempat berlangsungnya gerak Brown disyaratkan bergerak (mengalir) dalam arah difusi gerak Brown. Karena kami tidak membangun model sistem gerak brown dimana medium yang bergerak (ada perspektif arus), maka syarat halusnya fungsi gelombang atau rapat peluang akan terpenuhi jika gerak brown berlangsung dalam volume tertentu dan secara simultan volume tertentu tersebut juga mengalami gerak translasi oleh hadirnya interaksi. Menurut kami keterbatasan ini dapat tertalangi oleh model kami yang memperkenalkan kecepatan translasi volume kuantum dengan gerak random didalam volume kuantum dapat terpelihara sifat kekontinyuan fungsi \vec{u} , \vec{v} dan ρ . Keterpeliharaan sifat kekontinyuan fungsi-fungsi ini pada dataran fundamental sebagaimana teori kami tentang parameter massa pada partikel elementer disebabkan bekerjanya potensial pada partikel dapat dikompensasikan tidak hanya oleh penurunan kecepatan vibrasi (rapat peluang) tetapi dapat juga dikompensasikan oleh kenaikan aspek kinetik translasi demi memelihara nilai massa relativistik yang konstan.

Sebagai informasi tambahan, dalam paper ini kami tidak meninjau perbandingan pendekatan antara mekanika stokastik dengan mekanika kuantum konvensional khususnya aspek-aspek yang terkait dengan perspektif matematika karena kajian ini telah secara mendalam dilakukan oleh [21-23].

Terimakasih untuk Titi, Anis, Umar, Agus, Hariono atas persahabatannya.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Okun, L. B., 2006, *The Virus of Relativity Mass in The year of Physics*, Gribov Memorial Volume " Quarks, Hadrons, Strong Interactions: Proc. of the Memorial Workshop Devoted to the 75th Birthday of V. N. Gribov, Budapest, Hungaria, 22-24 May 2005, eds. Yu. L. Dokshitzer, P. Levi and J. Nyiri (World Scientific, 2006), pp. 470-473.
- [2] Heisenberg, W., 1966, *Physics and Philosophy, the Revolution in Modern Science*, New York, Harper and Row, p. 88.
- [3] Dewdney, C., Horton, G., Lam, M. M., Malik, Z., dan Schmidt, 1992, *Wave-particle dualism and the interpretation of quantum mechanics*, Foundation of physics, Vol. 22, No. 10
- [4] Ruark, A. E., 1928, *The Zeeman effect and Stark effect of Hydrogen in wave mechanics; the force equation and the virial theorem in wave mechanics*, Phys. Rev. 31, 533-538
- [5] Flint, H. T., 1937, *The quantization of space and time*, Phys. Rev. 74, 209-210
- [6] Kragh, H., Carazza, B., 1994, *From time atoms to space-time quantitation: the idea of discrete time*, ca 1925-1936, Studies in history and philosophy of science Part A Vol. 25, issue 3 pages 437-462
- [7] Accioly, A., dan Paszko, R., 2009, *Conflict between the classical equivalence principle and quantum mechanics*, Adv. Studies Theor. Phys., Vol. 3, no. 2, 65-78
- [8] Christianto, V., dan Smarandache, F., 2008, *What gravity is. Some recent consideration*, Progress in Physics, Vol.3, 63-67
- [9] McMahan, D., 2008, *Quantum field theory*, McGraw-Hill
- [10] Dyson, F. J., *Why is Maxwell's Theory so hard to understand?: an essay by Professor Freeman J. Dyson, FRS, Professor Emeritus, Institute of Advanced Study, Princeton, USA*, <http://www.clerkmaxwellfoundation.org/DysonFreemanArticle.pdf>
- [11] Schödinger, E., 1933, *The fundamental idea of wave mechanics*, Nobel Lecture, December 12, 1933, http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1933/schrodinger-lecture.pdf

- [12] Rosyid, M. F., 2005, *Mekanika kuantum, model matematis bagi fenomena alam mikroskopis-tinjau nonrelativistik*, Departemen Fisika, Institut untuk Sains di Yogyakarta dan Laboratorium Fisika Atom dan Fisika Inti, Jurusan fisika FMIPA, Universitas Gadjah Mada, Yogyakarta.
- [13] Madelung, E., 1927, *Quantentheorie in hydrodynamischer form*, Zeit. F. Phys. 40, 322-326
- [14] Takabayasi, T. 1952, *On the formulation of quantum mechanics associated with classical pictures*, Prog. Theor. Phys., 8, 143-182.
- [15] Takabayasi, T. 1953, *Remarks on the formulation of quantum mechanics associated with classical pictures*, Prog. Theor. Phys., 9, 187-222.
- [16] Weyssenoff, J., Raabe, A., 1947, *Relativistic dynamics of spin-fluid and spin-particles*, Acta Pol., 9, 8-53
- [17] Bialynicki-Birula, I., Bialynicka-Birula, Z., Śliwa, C., 2000, *Motion of vortex lines in quantum mechanics*. Phys. Rev. A 61, 032110
- [18] Bialynicki-Birula, I., 1971, *Relativistic quantum mechanics of dyons. Exact solution*, Phys. Rev. D Vol 3 10 2413-2415
- [19] Salvatore Esposito, 1999, *On the role of spin in quantum mechanics*, DSF-98/15 INFN-NA-IV-98/15, arXiv:quant-ph/9902019v1
- [20] Broglie. L. de., 1960, *Nonlinear wave mechanics*, Elsevier, Amsterdam, 1960
- [21] Delphenich, D. H., 2004, *Possibilities for a causal interpretation of wave mechanics*, arxiv.org/pdf/quant-ph/0401105
- [22] Nelson, E., 1966, *Derivation of Schrödinger equation from Newtonian mechanics*, Physical Review 150, 1079.
- [23] Fényes, I., 1946, *A Deduction of Schrodinger Equation*, Acta Bolyana 1, 5-7
- [24] Fényes, I., 1952, *Probability theoretical foundation and interpretation of quantum mechanics*, Zeitschrift für physik 132, 81-106
- [25] Weizel, W., 1954, *Derivation of qantum theory from a classical, causally determined model*, Zeitschrift für physik 134, 264-285
- [26] Mermin, N. D., 1979, *The topological theory of defects in ordered media*, Rev. Mod. Phys., 51, 591-648
- [27] Levin, M., X.-G. Wen, 2003, *Fermions, Strings, and Gauge fields in lattice spin model*, Phys. Rev. B 67, 245316
- [28] Levin, M., X.-G. Wen, 2005a, *String-net condensation: A physical mechanism for topological phases*, Phys. Rev. B 71, 045110
- [29] Levin, M., X.-G. Wen, 2006, *Quantum ether: photons and electrons from a rotor model*, Phys. Rev. B 73, 035122
- [30] Snyder, H. S., 1947, *Quantized space-time*, Phys. Rev. 71, 38-41
- [31] Schils, A., 1948, *Discrete space-time and integral Lorentz transformation*, Phys. Rev. 73, 414-415
- [32] Bohm, D., 1952, *A suggested interpretation oh the quantum theory in terms of "hidden variable I*, Phys. Rev. 85 166-179
- [33] Bohm, D., 1952, *A suggested interpretation oh the quantum theory in terms of "hidden variable II*, Phys. Rev. 85 180-193
- [34] Bohm, D., Vigier, J., 1954, *Model of the causal interpretation of quantum theory in terms of a fluid with irregular fluctuations*, Phys. Rev. 96 No. 1 208
- [35] Hemmick, D. L., 1996, *Hidden variable and nonlocality in quantum mechanics*, dissertation-PhD, <http://www.intercom.net/~tarababe/dissertation.pdf>
- [36] Barut, A. O., 1995, *On the status of hidden variable theories in quantum mechanics*, APEIRON Vol. 2 Nr.4 page 97-98
- [37] Bub, J., 1995, *Fundamental problames of quantum physics*, APEIRON Vol. 2 Nr.4 page 98-100.
- [38] D'Espagnat, B., *Fundamental problame of quantum physics*, APEIRON Vol. 2 Nr.4 page 101.
- [39] Filho, J. B. B., 1995, *Fundamental problame of quantum physics*, APEIRON Vol. 2 Nr.4 page 102-103

- [40] Sachs, M., 1995, *On the future course of quantum physics*, APEIRON Vol. 2 Nr.4 page 104-108
- [41] Santos, E., 1995, *Foundations of quantum physics: present and future*, APEIRON Vol. 2 Nr.4 page 108-111
- [42] Selleri, F., 1995, *Fundamental problems of quantum physics*, APEIRON Vol. 2 Nr.4 page 112-113
- [43] Vigier, J-P., *Fundamental problems of quantum physics*, APEIRON Vol. 2 Nr.4 page 114-115
- [44] Mensky, M. B., 2008, *Comment on Many-world interpretation of quantum theory and mesoscopic anthropic principle, concepts of physics*, Vo. V, No. 4, http://www.conceptsofphysics-net/V_4/593.pdf
- [45] Barnum, H., 2004, *The many-world interpretation of quantum mechanics: psychological versus physical bases for the multiplicity of "worlds"*, Los Alamos National Laboratory, Los Alamos, <http://Philsci-archive.pitt.edu/archive/00002647/01/mwipref.pdf>
- [46] Kamenshchik, A. Yu., Teryaev, O. V., 2008, *Many-world interpretation of quantum theory and mesoscopic anthropic principle*, Concepts of physics, Vol. V, No. 4
- [47] Everet, H., *The many-world interpretation of quantum mechanics: The theory of the universal wave function*, PhD, Dissertation <http://www.pbs.org/wgbh/nova/manyworld/pdf/dissertation.pdf>
- [48] Rechenberg, H., 1988, *Erwin Schrödinger and the creation of wave mechanics*, Acta Physica Polonica, Vol. B19 No.8
- [49] Gell-Mann, M., 1996, *Fundamental source of unpredictability*, Santa Fe Institute, Theory Division Los Alamos National Laboratory and Department of Physics and Astronomy-University of New Mexico
- [50] Marmet, P., 2003, *Fundamental Nature of Relativistic Mass and Magnetic Field*, Taken from invited paper in: International IFNA-ANS Journal "Problems of Nonlinear Analysis in Engineering System" No.3(19), Vol.9, 2003, Kazan University, Kazan city, Russia, <http://WWW.newtonphysics.on.ca/magnetic/mass.html>
- [51] Darwis, M. U., 2005, *Filosofi materi (masa, energi, partikel dan gelombang): sebuah konstruksi konsep massa*, Seminar Nasional Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, FMIPA-Universitas Indonesia, Depok, 24-26 November 2005.
- [52] Darwis, M.U., 2008, *Coulomb interaction in quantum dots*, 2nd International conference on mathematics and Natural Science, Bandung Institute of Technology, Bandung, Indonesia, 28-30 October 2008
- [53] Davidson, M., 1979, *A Generalization of the Fényes-Nelson stochastic model of quantum mechanics*, Letters in Mathematical Physics 3 271-277 D. Reidel Publishing Company.